

一种改进的海底控制点非差定位函数模型

马越原¹, 曾安敏², 许扬胤¹

(1. 信息工程大学, 河南 郑州 450001; 2. 西安测绘研究所, 陕西 西安 710054)

摘 要: 海底大地测量控制点的定位精度受复杂的海洋环境的影响, 因此构建合适的、符合实际情况的函数模型显得尤为重要。本文首先提出了传统的水底控制点声学定位的函数模型, 详细介绍了该定位模型的计算流程, 并分析了其弊端。在传统的单程模型基础上, 文中提出了改进的定位函数模型, 双程模型。针对不同走航航迹的情况, 利用最小二乘解算和抗差最小二乘解算对不同函数模型进行了定位解算。结果显示, 改进的水下非差定位模型能有效改正由于声学信号传播过程中测量船继续行进而产生的时延测距误差, 提高了海底控制点的定位精度; 抗差最小二乘解算可以有效克服粗差对定位精度带来的影响; 在线性走航情况下, 更能有效消除测距误差对水平分量的影响, 水平分量的精度可达毫米级; 高程分量精度稍显逊色, 精度为厘米级。

关键词: 海底控制点; 声学定位; 函数模型; 非差定位; 抗差最小二乘

中图分类号: P229 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-2029 (2020) 06-0065-07

海洋定位、导航和授时 (PNT) 是海上运输、海洋环境保护、海洋权益维护和海上安全保障的重要基础。通常单一的导航定位方法不足以支持水下长时间的导航定位。多传感器综合定位有助于开展一系列海洋活动^[1-3]。在海面航行的船只可以采用类似陆地和空中的导航技术进行导航定位。北斗导航定位系统 (BDS) 由于其短消息通信和位置跟踪等特色功能^[4-5], 对海洋用户有着很大的帮助, 但是对水下导航和定位没有任何帮助。由于电磁波无法在海水中远距离传播, 水下航行器通常使用惯性导航系统 (INS)、声学传感器、几何或者物理匹配等方法进行导航^[6-7]。然而, 海底定位除了利用海面 GNSS 定位的支撑下进行声学定位以外, 没有其他更好的方法。

由于海洋环境复杂, 大多数水下定位方法都存在时变误差和累计误差。本文主要研究水下定

位的函数模型优化问题。在测量过程中, 系统误差总是无法避免的, 系统误差通常是通过外部标定来修正或者通过函数模型来补偿。同时, 测量策略和测量组合方法也是减少系统误差影响的有效方法^[8-9]。本文将描述常用的传统水下非差定位模型, 详细介绍定位流程, 并分析传统定位模型所存在的弊端。

1 传统水下非差定位函数模型

在进行海底大地测量控制点的声学定位时, 通常采用测量船走航的方式进行, 通过安装在测量船底的声学换能器在不同时刻不同位置向搭载有水声应答器的海底控制点发射声脉冲信号, 应答器接收该信号后立刻返回一个应答声脉冲信号, 声学换能器接收并记录发射信号和接收信号的时间间隔 t ; 利用车载 GNSS 接收机获取不同时刻测

收稿日期: 2020-06-30

基金项目: 国家重点研发计划项目资助 (2020YFB0505801); 国家自然科学基金资助项目 (41931076, 41874016, 41774021)

作者简介: 马越原 (1991-), 男, 博士研究生, 主要从事海洋测绘研究。E-mail: mayueyuanie@163.com

量船位置,这样就可以通过船体姿态角、GNSS 接收机与声学换能器之间的偏移参数旋转归化得到声学换能器的位置。根据上述观测量我们就可以组成非差定位模型从而求解海底应答器的位置。

测量船在每个历元 t_i 时刻的位置坐标为 $P_i(x_i, y_i, z_i)$, 该位置是 GNSS 天线相位中心在

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_Z \cdot R_Y \cdot R_X \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

$$\text{式中: } R_1 = \begin{bmatrix} \cos(\pi-L) & \sin(\pi-L) & 0 \\ -\sin(\pi-L) & \cos(\pi-L) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2}-B\right) & 0 & -\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right) & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2}-B\right) \end{bmatrix}, R_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R_X = \begin{bmatrix} \cos(head) & -\sin(head) & 0 \\ \sin(head) & \cos(head) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_Y = \begin{bmatrix} \cos(pitch) & 0 & -\sin(pitch) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(pitch) & 0 & \cos(pitch) \end{bmatrix}, R_Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(roll) & -\sin(roll) \\ 0 & \sin(roll) & \cos(roll) \end{bmatrix},$$

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 为换能器与 GNSS 天线之间的偏移参数, X_i, Y_i, Z_i 为换能器在 WGS-84 坐标系的坐标, L, B 为经纬度, $head$ 为方位角、 $pitch$ 为摇摆角、 $roll$ 为横滚角。

假设海底应答器的初始位置为 $P_t^0(X_t^0, Y_t^0, Z_t^0)$, 换能器在 t_i 时刻的位置到应答器之间的距离用 ρ_i 表示, 通常为 $\frac{1}{2}ct$, c 为海水中的声速, t 为发射信号和接收信号的时间间隔。可以得到观测方程为^[11-12]:

$$\rho_i = f(P_t, P_i) + \delta\rho_{vi} + \delta\rho_{ti} + \varepsilon_i \quad (2)$$

$$\text{式中: } f(P_t, P_i) = \sqrt{(X_t^0 - X_i)^2 + (Y_t^0 - Y_i)^2 + (Z_t^0 - Z_i)^2},$$

WGS-84 坐标系下的坐标, 而偏移参数是在船体坐标系下测量所得到的, 因此要计算出换能器的位置, 需要进行坐标系转换。坐标系转换分为两步:

(1) 船体坐标系改正; (2) 船体坐标系到 WGS-84 坐标系。转换矩阵为^[10]:

$\delta\rho_{vi}$ 表示声速造成的测距误差; $\delta\rho_{ti}$ 表示时间延迟造成的测距误差; ε_i 表示随机误差。

将式 (2) 通过泰勒级数展开可得

$$\rho_i - f(P_t^0, P_i) = a_i dX + \delta\rho_{vi} + \delta\rho_{ti} + \varepsilon_i \quad (3)$$

式中: P_t^0 表示应答器的初始位置坐标; dX 表示应答器坐标的改正数; $P_i = P_t^0 + dX$; a_i 表示应答器和测量船之间距离向量的一阶偏导数。

将式 (3) 表示为矩阵形式, 即

$$l = AdX + \varepsilon_i \quad (4)$$

$$\text{式中: } l = \begin{bmatrix} \rho_1 - f_1^0 \\ \rho_2 - f_2^0 \\ \vdots \\ \rho_n - f_n^0 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x} & \frac{\partial f_n}{\partial y} & \frac{\partial f_n}{\partial z} \end{bmatrix}; \varepsilon_i = \begin{bmatrix} \delta\rho_{v1} + \delta\rho_{t1} + \varepsilon_1 \\ \delta\rho_{v2} + \delta\rho_{t2} + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \delta\rho_{vn} + \delta\rho_{tn} + \varepsilon_n \end{bmatrix};$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{X_o^0 - X_i}{f_i^0}; \frac{\partial f_i}{\partial y} = \frac{Y_o^0 - Y_i}{f_i^0}; \frac{\partial f_i}{\partial z} = \frac{Z_o^0 - Z_i}{f_i^0};$$

$$f(P_t, P_i) = f_i; f(P_t^0, P_i) = \sqrt{(X_i - X_t^0)^2 + (Y_i - Y_t^0)^2 + (Z_i - Z_t^0)^2} = f_i^0;$$

l 为常数项; A 为协方差矩阵; ε_i 是误差项, 包括声速误差和时延误差在内的随机误差和系统误差。

因此, 在不考虑系统误差的情况下, 误差方程可以写成

$$V = AdX - l \quad (5)$$

$$dX = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad (6)$$

式中: V 为观测值改正数矩阵; P 为权矩阵。

上述定位函数模型称之为单程定位模型。

2 改进的水下非差定位函数模型

根据换能器和应答器的工作原理, 换能器发出声脉冲信号, 海底换能器接收后返回另一个声脉冲信号并由换能器接收, 这个过程存在一个时

间间隔 t 。在实际作业时, 测量船是在匀速航行, 在 t 时间内, 测量船已经行进了一段距离。从传统水下非差定位模型的表达式中可以了解到, 是假定测量船静止不动, 从而认为换能器和应答器之间的距离为 $\frac{1}{2}ct$ 。虽然测量船在作业时船速较慢, 但是声脉冲信号在一去一回的这个过程中记录的时间 t 实际上是大于实际传播时间的, 尤其是在深海作业时, 误差尤为明显。因此, 本文提出一种改进的水下非差定位模型, 来解决上述问题给定位带来的影响。

假设在换能器发射声脉冲信号时刻 $t_{\text{发射}}$ 换能器的位置坐标为 $P_{\text{发射}}(X_{1i}, Y_{1i}, Z_{1i})$, 在换能器接收声脉冲信号时刻 $t_{\text{接收}}$ 换能器的位置坐标为 $P_{\text{接收}}(X_{2i}, Y_{2i}, Z_{2i})$ 。取海底应答器的初始位置为 $P_t^0(X_t^0, Y_t^0, Z_t^0)$, 声脉冲信号的传播时间为 t , 则表达式为:

$$\rho_1 + \rho_2 = \sqrt{(X_t^0 - X_{1i})^2 + (Y_t^0 - Y_{1i})^2 + (Z_t^0 - Z_{1i})^2} + \sqrt{(X_t^0 - X_{2i})^2 + (Y_t^0 - Y_{2i})^2 + (Z_t^0 - Z_{2i})^2} + \delta\rho_{vi} + \delta\rho_{ti} + \varepsilon_i \quad (7)$$

式中: $\rho_1 + \rho_2 = ct$, $\delta\rho_{vi}$ 表示声速造成的测距误差; $\delta\rho_{ti}$ 表示时间延迟造成的测距误差; ε_i 表示随机误差。

同式 (2), 将式 (7) 线性化可得表达式如下:

$$l = AdX + \varepsilon_i \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } l &= \begin{bmatrix} \rho_{11} + \rho_{21} - f_{11}^0 - f_{21}^0 \\ \rho_{12} + \rho_{22} - f_{12}^0 - f_{22}^0 \\ \vdots \\ \rho_{1n} + \rho_{2n} - f_{1n}^0 - f_{2n}^0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{11}}{\partial x} + \frac{\partial f_{21}}{\partial x} & \frac{\partial f_{11}}{\partial y} + \frac{\partial f_{21}}{\partial y} & \frac{\partial f_{11}}{\partial z} + \frac{\partial f_{21}}{\partial z} \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial x} + \frac{\partial f_{22}}{\partial x} & \frac{\partial f_{12}}{\partial y} + \frac{\partial f_{22}}{\partial y} & \frac{\partial f_{12}}{\partial z} + \frac{\partial f_{22}}{\partial z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{1n}}{\partial x} + \frac{\partial f_{2n}}{\partial x} & \frac{\partial f_{1n}}{\partial y} + \frac{\partial f_{2n}}{\partial y} & \frac{\partial f_{1n}}{\partial z} + \frac{\partial f_{2n}}{\partial z} \end{bmatrix}, \\ \varepsilon_i &= \begin{bmatrix} \delta\rho_{v1} + \delta\rho_{t1} + \varepsilon_1 \\ \delta\rho_{v2} + \delta\rho_{t2} + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \delta\rho_{vn} + \delta\rho_{tn} + \varepsilon_n \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial f_{1i}}{\partial x} = \frac{X_t^0 - X_{1i}}{f_{1i}^0}, \quad \frac{\partial f_{1i}}{\partial y} = \frac{Y_t^0 - Y_{1i}}{f_{1i}^0}, \quad \frac{\partial f_{1i}}{\partial z} = \frac{Z_t^0 - Z_{1i}}{f_{1i}^0}, \\ \frac{\partial f_{2i}}{\partial x} &= \frac{X_t^0 - X_{2i}}{f_{2i}^0}, \quad \frac{\partial f_{2i}}{\partial y} = \frac{Y_t^0 - Y_{2i}}{f_{2i}^0}, \quad \frac{\partial f_{2i}}{\partial z} = \frac{Z_t^0 - Z_{2i}}{f_{2i}^0}, \\ f_{1i} &= \sqrt{(X_{1i} - X_t^0)^2 + (Y_{1i} - Y_t^0)^2 + (Z_{1i} - Z_t^0)^2} = f_{1i}^0, \\ f_{2i} &= \sqrt{(X_{2i} - X_t^0)^2 + (Y_{2i} - Y_t^0)^2 + (Z_{2i} - Z_t^0)^2} = f_{2i}^0, \end{aligned}$$

l 为常数项; A 为协方差矩阵; ε_i 是误差项, 包括声速误差和时延误差在内的随机误差和系统误差。

同理, 在不考虑系统误差的情况下, 误差方程可以写成

$$V = AdX - l \quad (9)$$

$$dX = (A^T P A)^{-1} A^T P l \quad (10)$$

式中: V 为观测值改正数矩阵; P 为权矩阵。

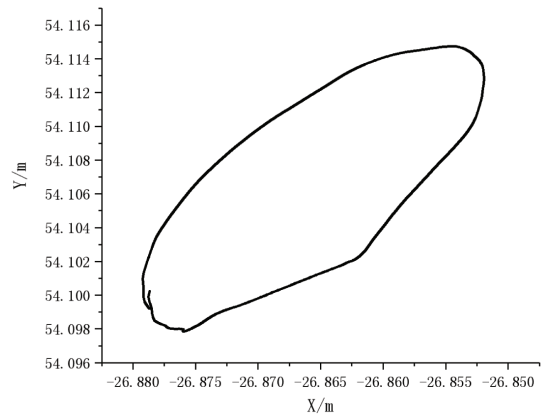
上述定位函数模型, 称之为双程定位模型。

3 实测算例分析

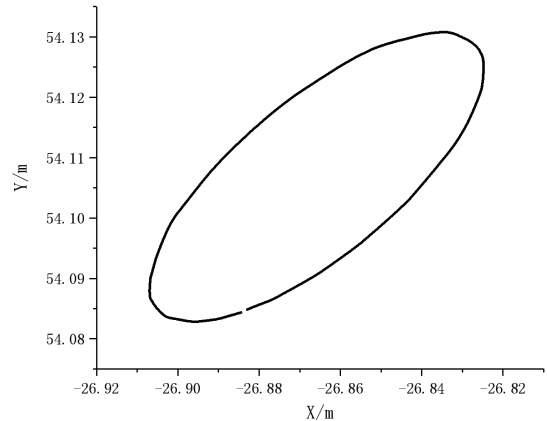
为检验分析双程定位函数模型的有效性, 采用一次深海实验数据进行算例分析。实验海域平均水深约为 3 000 m, 该海域水下地形平坦。实验过程中, 在海底布设一个水声应答器作为待测的海底控制点, 测量船船速约为 4 nmile/h, 以海底控制点为中心进行了 3 种不同方式的走航: (1) 以海底控制点为圆心, 0.5 倍水深为半径, 称为小圆走航, 共获得了 684 个声学时延数据; (2) 以海底控制点为圆心, 1.5 倍水深为半径, 称为大圆走航, 共获得了 1 122 个声学时延数据; (3) 以过顶控制点的方式线性走航, 共获得了 1 886 个声学时延数据。

由于声速往往具有很强的不确定性和时空变化的特性, 是水声定位的主要误差, 因此声速的选取会对定位结果产生较大的影响。由于本文主要探讨双程模型较单程模型对定位的影响, 故数据解算时假设声速就是该海域的平均声速, 取 1 500 m/s。所以在接下来给出的定位结果中, 包含有声速误差所带来的影响。

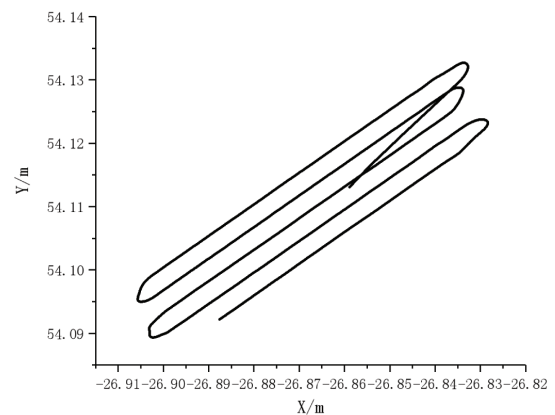
如图 1 所示, 图 1-a、图 1-b 和图 1-c 分别为 3 种走航方式的走航航迹。



(a) 小圆航迹



(b) 大圆航迹



(c) 线性航迹

图 1 测量船走航航迹

传统定位模型和改进定位模型在不同航迹下对海底控制点的定位精度如表 1 和表 2 所示。

表 1 传统模型定位精度 /m

	σ_x	σ_y	σ_z	σ	RMS
小圆走航	0.047 3	0.031 6	0.048 3	0.419 6	0.418 6
大圆走航	0.043 1	0.045 6	0.041 0	0.828 7	0.827 6
线性走航	0.126 3	0.086 4	0.218 0	2.867 3	2.866 6

表 2 改进模型定位精度 /m

	σ_x	σ_y	σ_z	σ	RMS
小圆走航	0.015 3	0.010 2	0.015 6	0.271 6	0.271 0
大圆走航	0.017 4	0.018 0	0.016 7	0.654 3	0.653 4
线性走航	0.017 8	0.012 2	0.030 8	0.810 2	0.809 5

σ_x 、 σ_y 、 σ_z 分别为 x 、 y 、 z 坐标的中误差。 σ 和 RMS 的计算公式为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-3}} \quad (11)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2}{n}} \quad (12)$$

式中: v 为残差值。

从表 1 和表 2 结果可以看出, 不论是什么形状的走航航迹, 改进函数模型的定位精度都较传

统函数模型的定位精度有较大的提升, 特别是水平方向的精度, 提升尤为明显。

由于海洋环境复杂, 海洋测量数据中常常含有大量的粗差, 不仅影响定位精度, 而且还可能受粗差的影响使得改进函数模型的定位精度不一定优于传统定位模型, 从而使得单一的最小二乘定位解算算例不具有说服力。因此, 在解算过程中, 为了抑制异常误差的影响, 均采用 IGGIII 方案抗差估计法进行解算, 解算结果如表 3 和表 4 所示。

表 3 传统模型抗差解算定位精度 /m

	σ_x	σ_y	σ_z	σ	RMS
小圆走航	0.026 9	0.017 6	0.029 7	0.219 5	0.435 3
大圆走航	0.015 0	0.015 5	0.014 4	0.254 5	0.864 9
线性走航	0.119 5	0.081 6	0.201 0	2.602 6	2.868 9

表 4 改进模型抗差解算定位精度 /m

	σ_x	σ_y	σ_z	σ	RMS
小圆走航	0.012 9	0.008 6	0.013 0	0.215 7	0.265 4
大圆走航	0.011 5	0.012 1	0.011 1	0.388 9	0.657 3
线性走航	0.008 1	0.005 2	0.012 7	0.313 3	0.516 8

从表 3 和表 4 可以看出, 经过抗差解算后, 水平方向和垂直方向的定位精度进一步得到了提高, 说明在抗差最小二乘的基础上, 改进的定位

函数模型能得到更好的计算效果。同时也可以说明, 改进的定位函数模型确实优于传统定位函数模型, 更符合海底定位过程的实际情况。

4 结 论

本文介绍了传统水下非差定位函数模型的计算流程,分析了传统定位函数模型存在的弊端,并在此基础上提出了改进的水下非差定位函数模型,通过不同走航航迹获得的实测数据计算结果分析,对比两种函数模型的定位精度,得到以下结论:(1)双程模型定位模型较单程定位模型能准确描述测量船在测量时发射和接收声信号的实

际情况,有效改正了由于声信号在传播过程中测量船继续行进所带来的时延测距误差,提高了海底控制点的定位精度;(2)针对海洋测量数据可能存在大量粗差的情况,采用抗差最小二乘定位解算能有效克服粗差对定位精度带来的影响;(3)测量船在线性走航时,改进函数模型更能有效消除测距误差对水平分量的影响,水平分量的精度可达毫米级;高程分量精度稍显逊色,精度为厘米级。

参考文献:

- [1] 杨元喜,徐天河,薛树强.我国海洋大地测量基准与海洋导航技术研究进展与展望[J].测绘学报,2017,46(1):1-8.
- [2] 李林阳,吕志平,崔阳.海底大地测量控制网研究进展综述[J].测绘通报,2018(1):8-13.
- [3] 杨元喜,刘焱雄,孙大军,等.海底大地基准网建设及其关键技术[J].中国科学(地球科学),2020,50(7):936-945.
- [4] Yang Y, Xu Y, Li J, et al. Progress and performance evaluation of BeiDou global navigation satellite system: data analysis based on BDS-3 demonstration system[J]. Science China Earth Sciences, 2018, 61(5):614-624.
- [5] Yang Y, Gao W, Guo S, et al. Introduction to BeiDou-3 navigation satellite system[J]. Navigation. 2019, 66(1):7-18.
- [6] 李姗姗.水下重力辅助惯性导航的理论与方法研究[D].北京:解放军信息工程大学,2010.
- [7] 马越原.重力匹配辅助水下导航的若干问题研究[D].北京:解放军信息工程大学,2017.
- [8] 薛树强,杨元喜.最小GDOP定位构型的一种嵌套圆锥结构[J].武汉大学学报(信息科学版),2014,39(11):1369-1374.
- [9] 薛树强.大地测量观测优化理论与方法研究[D].西安:长安大学,2018.
- [10] 王毅.石油勘探中水下高精度定位算法研究[D].青岛:中国石油大学(华东),2014.
- [11] Xu P, M Ando, K Tadokoro, et al. Three-dimensional seafloor geodetic deformation measurements using difference techniques[J]. Earth Planets Space, 2005(57):795-808.
- [12] 马越原,曾安敏,许扬胤,等.声线入射角随机模型在深海环境中的应用[J].导航定位学报,2020,8(3):65-68.

An Improved Non-differential Positioning Function Model of Seafloor Control Points

MA Yue-yuan¹, ZENG An-min², XU Yang-yin¹

1. *Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China;*

2. *Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China*

Abstract: The positioning accuracy of seafloor geodetic control points is affected by the complex marine environment, so it is essential to construct a suitable function model. In this paper, the traditional function model of acoustic positioning of control points on the seabed is proposed, and the calculation process of the model is introduced in detail, with its disadvantages analyzed. Based on the traditional one-way model, an improved positioning function model and a two-way model are proposed. According to different flight paths, the least square solution and robust least square solution are used to locate other function models. The results show that the improved underwater non-difference positioning model can effectively correct the ranging error caused by the continuous travel of the measuring ship in the process of acoustic pulse signal propagation and improve the positioning accuracy. A robust least square algorithm can effectively overcome the influence of gross error on positioning accuracy. Under the linear navigation condition, it can eliminate the influence of ranging error on the horizontal component and the accuracy of the horizontal element more effectively. The accuracy of the elevation component is slightly inferior to that of the centimeter level.

Key words: seafloor control point; acoustic positioning; function model; non-difference location; robust least squares