doi:10.3969/j.issn.1003-2029.2020.05.007

# 抗差卡尔曼滤波及其在超短基线水下定位中的应用

罗才智<sup>1</sup>,杨 鲲<sup>2</sup>,辛明真<sup>1</sup>,卫进进<sup>1</sup>,张 凯<sup>1</sup>,阳凡林<sup>1\*</sup> (1.山东科技大学测绘科学与工程学院,山东青岛 266590; 2.交通运输部天津水运工程科学研究所,天津 300456)

摘 要:基于测距定向原理的超短基线定位系统具有集成度高、操作简便的优势,但在缺少多 余观测量的动态定位环境下,受外围传感器的可靠性和水声信号的传播特性的影响,超短基线 定位结果中经常出现超出定位精度要求的粗差。为抑制粗差对定位精度的影响,本文提出了采 用抗差卡尔曼滤波处理超短基线水下定位数据中的粗差,重点对比分析了目前国际上经典的 Huber、IGG1、IGG3等价权函数的抗差滤波效果。利用 Sonardyne Ranger 2 超短基线采集的数 据进行实验分析,实验结果表明,经典卡尔曼滤波受粗差影响严重,采用 IGG 系列权函数的 抗差卡尔曼滤波方法可以有效降低粗差影响。

关键词:海洋测绘;超短基线;抗差卡尔曼滤波;水下定位;等价权函数 中图分类号: P228 文献标识码: A 文章编号: 1003-2029 (2020) 05-0046-07

水下目标定位导航是海洋开发活动与海洋 技术发展的基础,水下声学定位系统包括长基线

(Long Baseline, LBL)定位系统、短基线(Short Baseline, SBL)定位系统、超短基线(Ultra-Short Baseline, USBL)定位系统和GNSS智能浮标(GNSS Intelligent Buoys, GIB)系统<sup>[1-3]</sup>。其中,USBL定 位系统利用各基元信号间的相位差来解算目标的 方位和距离,实现对目标的跟踪定位<sup>[4]</sup>。相较于 其他几种水下定位方法,USBL定位系统由于只需 要一个换能器,因此其集成系统价格更低廉,且 有构成简单、操作维护方便的优点<sup>[5]</sup>。

受海洋环境动态变化、测量仪器安装校准偏 差、外围设备测量可靠性、声速测量与改正精度 等因素的影响,USBL定位会出现较大粗差和连续 异常误差。经典卡尔曼滤波的前提假设是滤波的 状态模型和观测模型准确,且状态噪声和观测噪 声均为互不相关的零均值高斯白噪声<sup>[6]</sup>,因此经 典卡尔曼滤波无法有效消除 USBL 定位数据中的 较大粗差。抗差卡尔曼滤波作为经典卡尔曼滤波 的一种改进方法,是通过调整观测噪声协方差阵 提高滤波的抗差性,因而更适于消除实际动态定 位中的连续误差。

此前,对于面向不同实际工程应用的粗差数 据处理,相关学者提出了多种抗差滤波方法。王 润英等<sup>[7]</sup>提出基于M估计的抗差卡尔曼滤波算法, 利用抗差估计方法识别粗差并修正其观测方差, 通过 IGG3 等价权函数构造等价权来减弱参数估计 中异常值的作用,从而减弱变形监测中粗差对参 数解的影响。李雅梅等<sup>[8]</sup>针对移动机器人定位的 测量误差和位姿误差问题,引入多新息向量来提 高非线性系统的精度,并利用 Huber 权函数改变 测量值的权重,引入自适应因子调整状态协方差

收稿日期: 2020-04-20

**基金项目**: 国家重点研发计划资助项目(2018 YFC0810400, 2018YFF0212200, 2016YFB0501700); 中央级公益性科研院 所基本科研业务费专项资助项目(TKS190302); 天津市交通运输科技发展项目(港航专业)(2018-b5)

作者简介:罗才智(1995-),男,硕士,主要从事水下定位技术研究。E-mail: 1245467773@qq.com

通讯作者:阳凡林(1974-),男,博士,教授,主要从事海洋测绘及 GNSS 应用等研究。E-mail: yan9723@163.com

矩阵大小,从而实现对测量更新估计值的精确估 计。黄珏等<sup>191</sup>提出一种集中式非线性抗差卡尔曼 滤波算法,通过设计代价函数重构系统测量噪声 方差,并利用 UKF 处理非线性观测方程,解决了 传感器测量异常、数据传输错误和融合数据异常 的目标跟踪问题。彭月<sup>[10]</sup>以卡尔曼滤波中目标位 置参数的预测状态不符值的标准化残差作为抗差 判断量,自适应地判断当前运动模型的准确程度, 解决了目标导航定位中经典卡尔曼滤波结果易受 运动模型误差影响的问题。Zhang Kai 等<sup>[11]</sup>为了 解决反向散射数据异常而难以获得 K 分布参数稳 健估计解的问题,提出一种基于稳健统计的 K 分 布参数估计算法,将 DI 统计量替换为鲁棒统计量, 以无异常情况下的效率损失为代价,提高 MoM 方 法的鲁棒性: 以增加计算时间为代价, 自适应裁 剪异常值,提高计算效率。在存在异常值时,应 用鲁棒统计和自适应微调算法,可获得更精确、 稳健的估计解。

尽管针对抗差卡尔曼滤波的理论研究日益 深入,当面向不同的实际工程应用时,受测量误 差类型、观测模型等影响,仍须结合实际情况对 滤波参数进行调整。本文主要面向抗差卡尔曼滤 波在 USBL 定位数据处理中的应用,针对定位 中的数据扰动,选择目前国际上经典的 Huber、 IGG1、IGG3 等价权函数,通过调整更新后状态向 量估计值中观测噪声的协方差矩阵,重点对比分 析不同等价权函数对 USBL 定位数据的抗差滤波 效果,为水下定位的实际应用提供参考。

## 1 USBL 定位原理

USBL 定位系统是通过测量应答器与声基阵中 各声单元的相位差来确定应答器到声基阵的方位, 并测量应答器到声基阵之间的距离来确定目标位 置的一种定位技术<sup>[12-13]</sup>。USBL 的声基阵至少需要 3 个声单元,并构成声单元坐标系,如图 1 所示。 假设 3 个声单元位于 2 个相互垂直的基线上(x 和 y 轴上),各方向上基元间距(基线)均为 d,应 答器发出的信号到基阵原点的声线与 x 轴及 y 轴的 夹角分别为  $\theta_{mx}, \theta_{my}^{[14]}$ 。



#### 图 1 USBL 定位示意图

通过测量往返时间和声速,计算得到斜距*R*为:

$$R=0.5cT$$
 (1)

式中: *c* 为声波在水中的速度; *T* 为往返时间。 根据空间几何关系可得

$$d\cos\theta_m = \frac{\phi}{2\pi}\lambda \tag{2}$$

式中: $\theta_m$ 为声线与声单元坐标系各坐标轴之间的夹角; $\lambda$ 为波长; $\phi$ 为相位差。

两声单元接收信号的相位差与信号入射角的 关系可表示为:

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos\theta_m \tag{3}$$

应答器 S 在声单元坐标系位置可以表示为:

$$X = R\cos\theta_{my} \tag{4}$$

$$Y = R\cos\theta_{mx} \tag{5}$$

$$Z=\sqrt{R^2-X^2-Y^2}$$
 (6)  
结合公式 (3) 可进一步表示为

$$X = R \frac{\lambda \phi_{12}}{2\pi d} \tag{7}$$

$$Y = R \frac{\lambda \phi_{13}}{2\pi d} \tag{8}$$

$$Z = R \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4\pi^2 d^2} (\phi_{12}^2 + \phi_{13}^2)}$$
(9)

USBL 实际 的 测量 值 为  $\phi_{12}$ ,  $\phi_{13}$  和 R。影响 USBL 定位精度的误差可以分为系统误差、偶然误 差和粗差,其中,偶然误差包括测量本身所引起 的定位误差,如测距误差、测向误差、传感器测 量误差等;系统误差主要包括设备的安装校准偏 差、声学设备的响应误差等<sup>[15]</sup>。偶然误差和系统 误差可以通过精确检校、模型优化等方法加以抑 制或消除,但声学设备特有的往返应答式的测量 模式,极易在采样频率设置不当时产生明显的粗 差,因此,引入抗差卡尔曼滤波对 USBL 测量得 到的目标位置进行处理,重点对比分析不同等价 权函数的抗差滤波效果。

# 2 抗差卡尔曼滤波的 USBL 定位

在经典卡尔曼滤波中,观测噪声通常假设为 系统误差、功率谱密度分布均匀的白噪声以及随 机的高斯一马尔可夫过程,且误差表现出随机性 和独立性。但在实际观测过程中,观测噪声并不 表现为随机分布,其功率频谱密度也并不一定为 常数,数据中存在连续且大的粗差,在这些情况下, 经典的卡尔曼滤波不能够很好的消除和调整连续 粗差带来的连续数据波动问题,从而会导致滤波 结果出现大的偏离。

当数据中出现偏离较大的连续粗差时,抗差 卡尔曼滤波可以通过调整观测噪声的协方差矩阵, 利用观测协方差矩阵代替原来的观测噪声协方差 矩阵,来削弱粗差对滤波整体的影响。

对于超短基线定位的离散时间卡尔曼滤波, 其状态方程及观测方程可以表示为

$$\hat{X}_{t} = F_{t-1} \hat{X}_{t-1} + \omega_{t-1}$$
(10)  
$$Z_{t} = HX_{t} + V_{t}$$
(11)

其中: 
$$\hat{X}_t = Z_t = [X, Y, Z, V_X, V_Y, V_Z]^T$$
  
 $F_{t-1} = \begin{bmatrix} E & \Delta t \cdot E \\ 0 & E \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}$ 

式中:  $\hat{X}_t$  为 t 时刻的状态向量,状态量为各 方向位置及速度;  $F_{t-1}$  为 t-1 时刻到 t 时刻的状态转 移矩阵;  $\omega_{t-1}, V_t$  分别为系统噪声、观测噪声,且服 从均值为零的高斯分布;  $Z_t$  为 t 时刻的观测向量, 观测量同样为各方向及速度; H 为观测矩阵; E, 0 分别为三阶单位矩阵、三阶零矩阵。

抗差卡尔曼滤波的估计准则为:

$$\begin{array}{l} (Z_{t} - H\hat{X}_{t}^{-1})^{\prime} P(Z_{t} - H\hat{X}_{t}^{-}) + \\ (\hat{X}_{t} - \hat{X}_{t}^{-1})^{T} P_{t}(\hat{X}_{t} - \hat{X}_{t}^{-}) = \min \end{array}$$
(12)

式中: P 为观测向量  $Z_i$  的权矩阵,即观测噪 声协方差矩阵的逆矩阵,取值 6 阶单位矩阵;  $P_i$ 为预测状态估计向量  $\hat{X}_i$  的权矩阵,即系统噪声协 方差矩阵的逆矩阵,取值系数为 10 的 6 阶单位矩阵。

对上式求极值得到[16]:

 $\hat{X}_{i} = (H^{T} \bar{P} H + P_{i})^{-1} (P_{i} \hat{X}_{i}^{-} + H^{T} \bar{P} H + Z_{i})$ (13) 式中:  $\bar{P}$  为观测等价权矩阵。

观测噪声协方差矩阵等价替换后得到的等价 卡尔曼增益矩阵为

$$\bar{K}_{t} = P_{t}^{-}H^{T}(HP_{t}^{-}H^{T} + \bar{R})^{-1}$$
(14)

式中: $\bar{K}_i$ 为等价卡尔曼增益矩阵; $\bar{R}$ 为观测 等价协方差矩阵,可以由观测等价权矩阵求逆。

即状态更新方程可以等价替换为:

$$\hat{X}_{\iota} = \hat{X}_{\iota} + \overline{K}_{\iota} (Z_{\iota} - H \hat{X}_{\iota})$$
(15)  
最后,更新系统噪声协方差矩阵为:

$$P_t = (I - K_t H) P_t^{-}$$
(16)

式中: *P*, 为更新后的系统噪声协方差矩阵; *I* 为单位矩阵。

#### 3 抗差卡尔曼滤波的 USBL 定位

抗差卡尔曼对于数据的滤波处理重点在于 对等价权的选择使用上,不同的等价权函数会产 生不同的等价观测协方差矩阵,对于粗差的滤波 效果也不同。考虑到抗差卡尔曼滤波能够满足对 USBL 数据的抗差性和有效性的要求,选取目前实 际应用中常见的 Huber、IGG1、IGG3 三种等价权 函数,它们的共同特点是利用观测值残差与残差 的标准差的关系,求取标准化残差,并以经验获 得的临界值界定观测值权值。对三种等价权函数 的介绍如下:

(1) Huber 权函数

Huber 权函数划分为两段,包含正常域和可疑 域,正常域的观测值仍采用原始权,其它的观测 值则一律降权,显然该权函数缺少淘汰段,可能 会减弱估值的抗差能力。

$$\bar{P}_{i} = \begin{cases} P_{i} & |\nu| \leq k_{0} \\ P_{i} \frac{k_{0}}{|\nu|} & |\nu| > k_{0} \end{cases}$$
(17)

式中: v 为标准化残差<sup>[6]</sup>; k<sub>0</sub>取值 1.0~2.0。

#### (2) IGG 系列权函数

IGG 系列权函数<sup>[17]</sup> 主要基于测量误差的有界 性提出的,选取标准化残差作为误差判别统计量<sup>[18]</sup> 将其分为正常段、可疑段和淘汰段,分别对处于 三种情况的观测值进行维持正常值、降权处理和 淘汰处理。当观测值处于粗差较多的情况下,该 方法较为有效<sup>[7]</sup>。

1) IGG1 权函数

$$\bar{P}_{i} = \begin{cases} P_{i} & |v| \leq k_{0} \\ P_{i} \frac{k_{0}}{|v|} & k_{0} < |v| < k_{1} \\ 0 & |v| \geq k_{1} \end{cases}$$
(18)

式中: *k*<sub>0</sub> 一般取 1.0~1.5; *k*<sub>1</sub> 一般取 3.0~4.5<sup>[18]</sup>。 可以看出, IGG1 权函数沿用了 Huber 权函数 在可疑域的降权方法,只是增加了淘汰域。

2) IGG3 权函数

$$\bar{P}_{i} = \begin{cases} P_{i} & |v| \leq k_{0} \\ P_{i} \frac{k_{0}}{|v|} (\frac{k_{1} - |v|}{k_{1} - k_{0}}) & k_{0} < |v| < k_{1} \\ 0 & |v| \geq k_{1} \end{cases}$$
(19)

式中: k<sub>0</sub>, k<sub>1</sub>取值同上。

可见, IGG3 权函数是在 IGG1 权函数的基础 上改进了降权方法。

#### 4 实测实验与分析

超短基线实际测量过程中,由于受测量环境、 信号反射等因素影响,经常会出现较大粗差,对 于测量数据整体精度会有很大影响。为了对比分 析不同等价权函数对 USBL 定位实测数据的粗差 滤波效果,采用在中国南海为水下 Swif 01 型 ROV 定位的 USBL 实测数据作为实验数据,实验设备 主要包括英国 Sonardyne 公司的 Ranger 2 USBL 定 位系统、Syrinx 多普勒速度计程仪、英国 SubSea7 公司的 Veripos LD4 接收机、法国 Ixsea 公司的 Octans 3000 型光纤罗经及运动传感器等,实验设 备安装工作流程见图 2。其中,测量船位置、超短 基线换能器位置由星站差分 GPS 接收机提供,利 用 USBL 测量的位置数据结合 DVL、光纤罗经确 定的速度信息,来精确推算水下 ROV 的准确位置。

选取抗差卡尔曼滤波中的 Huber 函数、IGG 系列权函数作为求取等价权的方法,分析这几种 等价权函数的抗差性,并与经典卡尔曼滤波进行 对比,观察其抗差效果。图 3~图 5 分别为 X, Y, Z 方向各滤波方法的结果对比。



图 2 实验设备工作流程





占号

通过图 3~图 5 各滤波方法结果对比图可以发现,实际测量中的某些较大粗差,经典卡尔曼滤波可以削弱,但不能有效剔除;对于抗差 Huber 方法, 其削弱程度略逊于抗差 IGG 系列方法。由于实测数 据仅能对各种等价权函数的抗差滤波效果进行定性 分析,因此,设计仿真实验展开定量分析。

# 5 仿真实验与分析

将经过精细处理后的 USBL 实测数据作为标 准值,在此基础上,随机增加 121 个异常值模拟 粗差,其中根据实际工程情况模拟了一段由 30 个 异常值组成的连续粗差。模拟粗差的位置和大小 见图 6。图 7~图 9 分别为 X, Y, Z 方向上各方法的 滤波结果对比曲线。











图 9 Z 方向的滤波结果

为衡量滤波值与 USBL 实测数据标准值之间 的偏差,统计了各方法在不同方向上的*RMSE*结果, 见表 1。

根据上述各个方法计算得到的粗差结果,以 0.5 m 作为判别 *X*, *Y*, *Z* 方向粗差剔除的阈值,并 计算各个方法对 *X*, *Y*, *Z* 三个方向的粗差剔除率, 各方法的粗差剔除率,见表 2。

对实验结果分析可知:

(1) 由图 7 ~图 9 可见, 经典卡尔曼滤波方

RMSE 值类型	RMSE 值				
	卡尔曼滤波	抗差 Huber	抗差 IGG1	抗差 IGG3	
X方向 RMSE 值 /m	7.265	4.439	0.207	0.209	
Y方向 RMSE 值/m	7.147	4.379	0.237	0.218	
Z方向 RMSE 值/m	6.147	2.267	0.195	0.198	
表 2 各方法粗差剔除率					
粗差剔除类型	粗差剔除率				
	卡尔曼滤波	抗差 Huber	抗差 IGG1	抗差 IGG3	
X方向粗差剔除率	0%	36.36%	92.56%	91.74%	
Y方向粗差剔除率	1.65%	38.84%	82.64%	80.99%	
Z方向粗差剔除率	0.83%	43.80%	92.56%	93.39%	

表 1 各方法滤波 RMSE 约	吉果
------------------	----

法只能够实现小部分的粗差剔除,对较大粗差处的 滤波不彻底,连续粗差处的滤波结果较滤波前变化 不大;抗差 Huber 方法对于随机不连续粗差的剔除 效果明显优于经典卡尔曼滤波,但对于连续粗差没 有较大改善,且总体精度明显低于抗差 IGG 系列 方法;抗差 IGG 系列方法明显消除了不连续粗差 和连续粗差对 USBL 数据的影响,且两者效果相似。

(2)由表1分析,三种抗差卡尔曼滤波方法 较真值的偏差明显小于经典卡尔曼滤波方法,采 用经典卡尔曼滤波处理后的 USBL 数据仍存在较 大粗差。抗差 Huber 方法在各方向上的 RMSE 值 总体有所改善但仍偏高,相比之下,抗差 IGG 系 列方法优于抗差 Huber 方法, RMSE 值均可控制 在 0.3 m 以内。

(3)由表2分析,经典卡尔曼滤波对各方向 误差剔除效果较差,对粗差的改善效果不理想;结 合图7~图9可知,抗差 Huber方法在各方向上仅 能剔除不到一半的粗差,且大部分未被剔除的粗差 存在于连续粗差段处;相比前两种方法,将误差分 为三段式处理的抗差 IGG 系列在各方向上的粗差 剔除率较高,均超过 80%,总体剔除效果明显。

## 6 结论

本文主要利用抗差卡尔曼滤波对 USBL 定位 数据进行滤波处理,对比 Huber、IGG1 和 IGG3 等价权函数的抗差卡尔曼滤波结果,并分析经典 卡尔曼对实测数据中的连续粗差的剔除效果。相 比经典卡尔曼滤波、Huber 等价权函数的抗差卡 尔曼滤波方法,利用 IGG 系列权函数将误差分为 3 段,分别采取不同抗差处理的方法,对 USBL 数据中的离散及连续粗差剔除效果较好,在一定 剔除阈值下,该方法能够实现各方向 80% 以上的 粗差剔除率,对实际 USBL 定位数据的拟合处理 具有一定参考价值。

#### 参考文献:

- [1] 郭纪捷.水下拖体声学超短基线定位测量及其卡尔曼滤波技术[J].海洋技术,2002,21(1):7-11.
- [2] Xin M Z, Yang F L, Wang F X, et al. A TOA/AOA underwater acoustic positioning system based on the equivalent sound speed[J]. Journal of Navigation,2018,71(6):1431-1440.
- [3] Zhang K, Li Y, Zhao J, et al. Underwater navigation based on real-time simultaneous sound speed profile correction[J]. Marine Geodesy,2016,39(1):98-111.
- [4] 张同伟,刘烨瑶,杨波,等.水下声学主动定位技术及其在载人潜水器上的应用[J].海洋技术学报,2016,35(2):56-59.
- [5] 韩瑞宁. 超短基线定位精度的改进方法研究 [D]. 青岛: 中国海洋大学, 2007.
- [6] 陈烨. 一种改进的抗差卡尔曼滤波方法 [J]. 大科技, 2019, (27):152-153.
- [7] 王润英, 伍彦熹, 慕子煜, 等. 基于 M 估计的抗差 Kalman 滤波算法在某混凝土重力坝变形监测中的应用 [J]. 水电能源 科学, 2015, 33 (12): 89-92.
- [8] 李雅梅, 康璐璐. 多新息抗差一自适应卡尔曼滤波定位算法研究 [J]. 传感器与微系统, 2017, 36(9): 38-40, 44.
- [9] 黄珏,颜冰,陈浩文.集中式非线性抗差卡尔曼滤波算法研究[J].计算机应用研究,2016,33(10):2967-2969.
- [10] 彭月. 一种高效抗差卡尔曼滤波的导航应用 [J]. 导航定位学报, 2016, 4(4):104-107.
- [11] Zhang K, Yang F L. Robust estimation method of K-distribution shape parameter[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering: A Journal Devoted to the Application of Electrical and Electronics Engineering to the Oceanic Environment,2016,41(2):274-280.
- [12] Yang F L, Lu X S, Li J B, et al. Precise positioning of underwater static objects without sound speed profile[J]. Marine Geodesy,2011,34(2):138-151.
- [13] 李守军, 陶春辉, 包更生. 基于卡尔曼滤波的 INS/USBL 水下导航系统模型研究 [J]. 海洋技术, 2008, 27(3):47-50.
- [14]金博楠,徐晓苏,张涛,等.超短基线定位技术及在海洋工程中的应用[J].导航定位与授时,2018,5(4):8-20.
- [15] 田春和. 超短基线定位误差综合分析及实验 [J]. 水道港口, 2015, 36(6):605-608.
- [16] Yang Y, He H, Xu G. Adaptively robust filtering for kinematic geodetic positioning[J].Journal of Geodesy,2001, 75(2-3):109-116.
- [17] Yang Y. Robust estimation for dependent observations[J]. Manuscripta Geodaetica,1994,19(1):10-17.
- [18] 杨元喜, 任夏, 许艳. 自适应抗差滤波理论及应用的主要进展 [J]. 导航定位学报, 2013, 1(1):9-15.

#### Robust Kalman Filter and Its Application in Ultrashort Baseline Underwater Positioning

LUO Cai-zhi<sup>1</sup>, YANG Kun<sup>2</sup>, XIN Ming-zhen<sup>1</sup>, WEI Jin-jin<sup>1</sup>, ZHANG Kai<sup>1</sup>, YANG Fan-lin<sup>1</sup>

College of Surveying and Mapping Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;
 Tianjin Research Institute for Water Transport Engineering, Ministry of Transport, Tianjin 300456, China

**Abstract:** The ultra-short baseline positioning system based on the principle of ranging and orientation has the advantages of high integration and easy operation. However, in dynamic positioning environment without redundant observation, the gross errors that exceed the positioning accuracy requirements often appear in the ultra-short baseline positioning results due to the reliability of peripheral sensors and the propagation characteristics of underwater acoustic signals. In order to suppress the influence of gross error on positioning accuracy, the robust Kalman filter is proposed to deal with the gross error in the ultra-short baseline underwater positioning data, focusing on the comparative analysis of the anti-error filtering effect of the current international classic Huber, IGG1, IGG3 equivalent weight functions. The data collected by the Sonardyne Ranger 2 ultra-short baseline is used for experimental analysis. The results show that the classical Kalman filter is seriously affected by the gross error. The robust Kalman filter method using IGG series weight functions can effectively reduce the influence of the gross error.

**Key words:** hydrographic surveying and charting; ultra-short baseline; robust Kalman filtering; underwater positioning; equivalent weight function