

doi:10.3969/j.issn.1003-2029.2019.05.003

椭球情形下等角和等面积正圆柱投影间的直接变换

李厚朴¹, 李海波², 唐庆辉³

(1. 海军工程大学 导航工程系, 湖北 武汉 430033; 2. 中国人民解放军 91710 部队, 吉林 和龙 133506;
3. 中国人民解放军 32022 部队, 湖北 武汉 430070)

摘要:为实现椭球情形下等角和等面积圆柱投影间的直接变换, 借助具有强大符号运算功能的计算机代数系统 Mathematica, 推导出了等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式, 并将公式系数统一表示为椭球第一偏心率 e 的幂级数形式, 且统一展开至 e^{10} 。在此基础上建立了等角和等面积正圆柱投影间的直接变换模型, 可解决不同参考椭球下的投影变换问题。精度比对结果表明本文建立的直接变换模型相比于传统间接变换模型精度提高 3~5 个数量级, 完全可以满足地图海图制图精密计算的需要。

关键词:等角圆柱投影; 等面积圆柱投影; 等量纬度; 等面积纬度函数; 直接变换

中图分类号: P282.1

文献标志码: A

文章编号: 1003-2029(2019)05-0015-06

地图投影学也称数学制图学, 是研究将地球椭球面(或球面)描写到地图平面上, 建立地图数学基础的一门科学, 它在地图制作和应用中起着“基础”和“骨架”作用, 是地图编制前首要考虑的问题, 同时它又是现代地图学的重要组成部分^[1-4]。圆柱投影是一类重要的地图投影, 在海洋测绘、大地测量和航海导航中应用非常广泛, 如区域地图、世界全图、航空图和海图的绘制大都采用这两种投影方式, 实际生产中经常会遇到等角和等面积正圆柱投影间的变换问题。总的看来, 实现地图投影变换的方法主要有解析变换法、数值变换法和数值—解析变换法 3 种, 其中解析变换法又可分为正解变换法和反解变换法^[4]。目前, 如对于地球椭球模型下不同变形性质间的投影变换, 采用的是反解变换法, 未能建立投影坐标间的直接关系式, 不能表达编图和制图过程中的数学实质; 特别是有些变换公式的系数表现为具体的数值形式, 仅能解决特定参考椭球下的投影变换问题, 不便于推广使用。

等量纬度、等面积纬度函数是等角投影和等面积投影中的两类重要变量, 它们之间的变换是实现这两类投影变换的关键。国内外地图海图投影学者对等量纬度、等面积纬度函数和大地纬度间的正反解问题进行了深入研究, 取得了一批显著的成果^[4-16], 而对于等量纬度和等面积纬度函数间的变换, 传统上主要是通过解算大地纬度间接实现的^[4-9], 计算繁琐, 导致无法建立两类投影坐标间的直接解析式。文献[16]虽然导出了等面积纬度函数和等量纬度变换的直接解算公式, 但是公式系数仅展至椭球第一偏心率 e 的 8 次方, 计算精度仅为 10 m^2 和 $10^{-4}''$, 在地图海图制图精密计算(制图精度为 0.1 mm)应用时仍需进一步提高。有鉴于此, 本文借助具有强大符号运算功能的计算机代数系统 Mathematica^[17-18], 在文献[16]的基础上推导出了等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式, 并将式中系数展至椭球第一偏心率 e 的 10 次方, 在此基础上建立了等角和等面积圆柱投影间的直接变换模型。

收稿日期: 2019-04-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41571441, 41771487, 41631072); 湖北省杰出青年科学基金资助项目(2019CFA086)

作者简介: 李厚朴(1985-), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为地图投影与海洋 GIS。E-mail: lihoup1985@126.com

1 等量纬度、等面积纬度函数正反解展开式

1.1 等量纬度正反解展开式

由地图投影理论知, 等量纬度 q 与大地纬度 B 之间的关系式为^[4-5]:

$$q = \int_0^B \frac{(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B) \cos B} dB = \ln \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2} \right) \left(\frac{1-e \sin B}{1+e \sin B} \right)^{e/2} \right] \quad (1)$$

式中: e 为参考椭球第一偏心率, 如果 $e=0$, 则椭球变为球; B 变为等角纬度 φ , 即:

$$q = \ln \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right] = \operatorname{arctan} h(\sin \varphi) \quad (2)$$

等角纬度 φ 关于大地纬度 B 的展开式为^[18]:

$$\varphi = B + \beta_2 \sin 2B + \beta_4 \sin 4B + \beta_6 \sin 6B + \beta_8 \sin 8B + \beta_{10} \sin 10B \quad (3)$$

式中系数为:

$$\begin{aligned} \beta_2 &= -\frac{1}{2}e^2 - \frac{5}{24}e^4 - \frac{3}{32}e^6 - \frac{281}{5760}e^8 - \frac{7}{240}e^{10} \\ \beta_4 &= \frac{5}{48}e^4 + \frac{7}{80}e^6 + \frac{697}{11520}e^8 + \frac{93}{2240}e^{10} \\ \beta_6 &= -\frac{13}{480}e^6 - \frac{461}{13440}e^8 - \frac{1693}{53760}e^{10} \\ \beta_8 &= \frac{1237}{161280}e^8 + \frac{131}{10080}e^{10} \\ \beta_{10} &= -\frac{367}{161280}e^{10} \end{aligned} \quad (4)$$

式(2)和式(3)即等量纬度正解展开式。

等量纬度反解展开式为^[18]:

$$\begin{cases} \varphi = \operatorname{arcsin}(\operatorname{tanh} q) \\ B = \varphi + b_2 \sin 2\varphi + b_4 \sin 4\varphi + b_6 \sin 6\varphi + b_8 \sin 8\varphi + b_{10} \sin 10\varphi \end{cases} \quad (5)$$

式中系数为:

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{1}{2}e^2 + \frac{5}{24}e^4 + \frac{1}{12}e^6 + \frac{13}{360}e^8 + \frac{3}{160}e^{10} \\ b_4 &= \frac{7}{48}e^4 + \frac{29}{240}e^6 + \frac{811}{11520}e^8 + \frac{81}{2240}e^{10} \\ b_6 &= \frac{7}{120}e^6 + \frac{81}{1120}e^8 + \frac{3029}{53760}e^{10} \\ b_8 &= \frac{4279}{161280}e^8 + \frac{883}{20160}e^{10} \\ b_{10} &= \frac{2087}{161280}e^{10} \end{aligned} \quad (6)$$

1.2 等面积纬度函数正反解展开式

由地图投影理论知, 等面积纬度函数 F 与大地

纬度 B 之间的关系式为^[4-5]:

$$F = a^2 (1-e^2) \left[\frac{\sin B}{2(1-e^2 \sin^2 B)} + \frac{1}{4e} \ln \frac{1+e \sin B}{1-e \sin B} \right] \quad (7)$$

式中: a 为参考椭球的长半径。

将 $B=90^\circ$ 代入上式可得:

$$F_{90} = a^2 (1-e^2) \left[\frac{1}{2(1-e^2)} + \frac{1}{4e} \ln \frac{1+e}{1-e} \right] \quad (8)$$

并记

$$A = \frac{1}{2(1-e^2)} + \frac{1}{4e} \ln \frac{1+e}{1-e} \quad (9)$$

设半径平方为 $R^2 = F_{90} = a^2 (1-e^2) A$ 的球面, 单位经差由赤道至纬度 g 所界面积与 F 相等, 则有:

$$R^2 \sin g = F \quad (10)$$

式中: g 为等面积纬度, 关于大地纬度 B 的展开式为^[18]:

$$g = B + \gamma_2 \sin 2B + \gamma_4 \sin 4B + \gamma_6 \sin 6B + \gamma_8 \sin 8B + \gamma_{10} \sin 10B \quad (11)$$

式中系数为:

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= -\frac{1}{3}e^2 - \frac{31}{180}e^4 - \frac{59}{560}e^6 - \frac{42811}{604800}e^8 - \frac{605399}{11975040}e^{10} \\ \gamma_4 &= \frac{17}{360}e^4 + \frac{61}{1260}e^6 + \frac{76969}{1814400}e^8 + \frac{215431}{5987520}e^{10} \\ \gamma_6 &= -\frac{383}{45360}e^6 - \frac{3347}{259200}e^8 - \frac{1751791}{119750400}e^{10} \\ \gamma_8 &= \frac{6007}{3628800}e^8 + \frac{201293}{59875200}e^{10} \\ \gamma_{10} &= -\frac{5839}{17107200}e^{10} \end{aligned} \quad (12)$$

式(10)和式(11)即等面积纬度函数正解展开式。

等面积纬度函数反解展开式为^[18]:

$$\begin{cases} g = \operatorname{arcsin} \frac{F}{R^2} \\ B = g + c_2 \sin 2g + c_4 \sin 4g + c_6 \sin 6g + c_8 \sin 8g + c_{10} \sin 10g \end{cases} \quad (13)$$

式中系数为:

$$\begin{aligned} c_2 &= \frac{1}{3}e^2 + \frac{31}{180}e^4 + \frac{517}{5040}e^6 + \frac{120389}{1814400}e^8 + \frac{1362253}{29937600}e^{10} \\ c_4 &= \frac{23}{360}e^4 + \frac{251}{3780}e^6 + \frac{102287}{1814400}e^8 + \frac{450739}{997920}e^{10} \\ c_6 &= \frac{761}{45360}e^6 + \frac{47561}{1814400}e^8 + \frac{434501}{14968800}e^{10} \\ c_8 &= \frac{6059}{1209600}e^8 + \frac{625511}{59875200}e^{10} \\ c_{10} &= \frac{48017}{29937600}e^{10} \end{aligned} \quad (14)$$

2 等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式

2.1 等量纬度变换至等面积纬度函数的直接展开式

当已知等量纬度 q 时,将 q 代入式(5)第一式可得等角纬度 φ ,将 φ 代入式(5)第二式可得大地纬度 B ,将 B 代入等面积纬度函数正解展开式(11)可得等面积纬度 g ,将 g 代入式(10)可得等面积纬度函数 F ,完整的计算公式为:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin(\tanh q) \\ B &= \varphi + b_2 \sin 2\varphi + b_4 \sin 4\varphi + b_6 \sin 6\varphi + b_8 \sin 8\varphi + b_{10} \sin 10\varphi \\ g &= B + \gamma_2 \sin 2B + \gamma_4 \sin 4B + \gamma_6 \sin 6B + \gamma_8 \sin 8B + \gamma_{10} \sin 10B \\ F &= R^2 \sin g \end{aligned} \quad (15)$$

为简化计算,可消去上式中的变量 B 和 g ,得到由等角纬度 φ 计算等面积纬度函数 F 的直接公式。在 $e=0$ 处将 F 展开为 e 的幂级数形式,取至 e^{10} 项,略去计算机代数系统 Mathematica 中的具体推导过程,经整理后可得等量纬度 q 变换至等面积纬度函数 F 的直接展开式为:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin(\tanh q) \\ F &= a^2 (\eta_1 \sin \varphi + \eta_3 \sin 3\varphi + \eta_5 \sin 5\varphi + \eta_7 \sin 7\varphi + \eta_9 \sin 9\varphi + \eta_{11} \sin 11\varphi) \end{aligned} \quad (16)$$

式中系数为:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{12}e^4 - \frac{7}{192}e^6 - \frac{113}{5760}e^8 - \frac{7}{576}e^{10} \\ \eta_3 &= \frac{1}{12}e^2 - \frac{7}{960}e^4 - \frac{1}{192}e^6 - \frac{43}{13440}e^8 \\ \eta_5 &= \frac{1}{60}e^4 + \frac{1}{192}e^6 + \frac{1}{20160}e^8 - \frac{13}{11520}e^{10} \\ \eta_7 &= \frac{31}{6720}e^6 + \frac{7}{2304}e^8 + \frac{41}{40320}e^{10} \\ \eta_9 &= \frac{41}{26880}e^8 + \frac{1}{640}e^{10} \\ \eta_{11} &= \frac{167}{295680}e^{10} \end{aligned} \quad (17)$$

2.2 等面积纬度函数变换至等量纬度的直接展开式

当已知等面积纬度函数 F 时,将 F 代入式(13)第一式可得等面积纬度 g ,将 g 代入式(13)第二式可得大地纬度 B ,将 B 代入等角纬度正解展开式(3)可得等角纬度 φ ,再将 φ 代入式(2)即可得到等量纬度 q ,完整的计算公式为:

$$\begin{aligned} g &= \arcsin\left(\frac{F}{R^2}\right) \\ B &= g + c_2 \sin 2g + c_4 \sin 4g + c_6 \sin 6g + c_8 \sin 8g + c_{10} \sin 10g \\ \varphi &= B + \beta_2 \sin 2B + \beta_4 \sin 4B + \beta_6 \sin 6B + \beta_8 \sin 8B + \beta_{10} \sin 10B \\ q &= \arctan h(\sin \varphi) \end{aligned} \quad (18)$$

为简化计算,可消去上式中的变量 B 和 φ ,得到由等面积纬度 g 计算等量纬度 q 的直接公式。在 $e=0$ 处将 q 展开为 e 的幂级数形式,取至 e^{10} 项,略去计算机代数系统 Mathematica 中的具体推导过程,经整理后可得等面积纬度函数 F 变换至等量纬度 q 的直接展开式为:

$$\begin{aligned} g &= \arcsin\left(\frac{F}{R^2}\right) \\ q &= \arcsin(\sin g) + l_1 \sin g + l_3 \sin 3g + l_5 \sin 5g + l_7 \sin 7g + l_9 \sin 9g \end{aligned} \quad (19)$$

式中系数为:

$$\begin{aligned} l_1 &= -\frac{1}{3}e^2 - \frac{1}{30}e^4 - \frac{11}{1890}e^6 - \frac{107}{302400}e^8 + \frac{1513}{1663200}e^{10} \\ l_3 &= -\frac{1}{90}e^4 - \frac{61}{11340}e^6 - \frac{2321}{907200}e^8 - \frac{1021}{831600}e^{10} \\ l_5 &= -\frac{1}{756}e^6 - \frac{5}{4032}e^8 - \frac{151}{166320}e^{10} \\ l_7 &= -\frac{71}{302400}e^8 - \frac{41}{123200}e^{10} \\ l_9 &= -\frac{61}{1197504}e^{10} \end{aligned} \quad (20)$$

2.3 直接展开式的精度分析

为说明本文导出的等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式的准确性与可靠性,同时为了与文献[4]给出的传统间接变换公式进行精度对比,本文选用 CGCS2000 椭圆参数,借助计算机代数系统 Mathematica 进行了精度分析。精度分析的基本思路是:先取定大地纬度 B_0 ,将其分别代入式(1)、式(7)可得等量纬度、等面积纬度函数的理论值 q_0, F_0 ;将 q_0 代入式(16)可得变换后的等面积纬度函数 F ;将 F_0 代入式(19)可得变换后等量纬度 q ;将变换后的计算值分别与理论值 q_0, F_0 相减,可得计算误差 $\Delta F, \Delta q$;记文献[2]给出的传统间接变换公式的计算误差分别为 $\Delta F', \Delta q'$ 。特定纬度处的计算结果如表1所示。

由表1可以看出,本文导出等量纬度变换至等面积纬度函数的直接展开式(16)的计算精度优于 10^{-7} km^2 (相应于等面积纬度的精度优于 $10^{-9}''$),较传统间接变换公式提高4~6个数量级,较文献[16]给出的直接解算公式提高2个数量级;等面积纬度函数变换至等量纬度的直接展开式(19)的计算精

度优于 10^{-6} ，较传统变换公式提高 4~6 个数量级，较文献[16]给出的直接解算公式提高 2 个数量级；完全可以满足精密计算的需要。

表 1 直接展开式和间接变换公式的误差

纬度 $B_0/(\circ)$	误差			
	$\Delta F/\text{km}^2$	$\Delta F'/\text{km}^2$	$\Delta q_2/(\text{''})$	$\Delta q'_2/(\text{''})$
10	-1.2×10^{-9}	-1.6×10^{-4}	6.9×10^{-11}	7.3×10^{-6}
30	2.2×10^{-8}	-1.1×10^{-2}	-2.3×10^{-11}	7.5×10^{-5}
60	4.5×10^{-8}	-7.8×10^{-3}	-6.9×10^{-10}	1.6×10^{-4}
89	3.0×10^{-8}	-3.0×10^{-4}	-3.6×10^{-7}	5.0×10^{-3}

3 等角正圆柱投影和等面积正圆柱投影间的直接变换

3.1 等角正圆柱投影和等面积正圆柱投影坐标直接变换公式

等角正圆柱投影的坐标公式为：

$$\begin{cases} x_1 = r_{01} q \\ y_1 = r_{01} l \end{cases} \quad (21)$$

式中： l 为经差； r_{01} 为圆柱半径，并且：

$$r_{01} = \frac{a \cos B_{01}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_{01}}} \quad (22)$$

式中： B_{01} 为基准纬度。

等面积正圆柱投影的坐标公式为：

$$\begin{cases} x_2 = \frac{F}{r_{02}} \\ y_2 = r_{02} l \end{cases} \quad (23)$$

式中： r_{02} 为基准纬度为 B_{02} 时的圆柱半径。

由式(21)第一式可反解出等量纬度 q ，将 q 代入式(16)可得等面积纬度函数 F ，将 F 代入式(23)，可得等角正圆柱投影坐标直接变换至等面积正圆柱投影坐标的公式为：

$$\begin{cases} x_2 = \frac{a}{r_{02}} (\eta_1 \sin \varphi + \eta_3 \sin 3\varphi + \eta_5 \sin 5\varphi + \eta_7 \sin 7\varphi + \eta_9 \sin 9\varphi \\ \quad + \eta_{11} \sin 11\varphi) \\ y_2 = \frac{r_{02}}{r_{01}} y_1 \end{cases} \quad (24)$$

式中： $\varphi = \arcsin(\tanh \frac{x_1}{r_{01}})$ 。

由式(23)第一式可反解出等面积纬度函数 F ，将其代入式(19)后可得等量纬度 q ，将 q 代入式

(21)，可得等面积正圆柱投影坐标直接变换至等角正圆柱投影坐标的公式为：

$$\begin{cases} x_1 = r_{01} [\operatorname{arctanh}(\sin g) + l_1 \sin g + l_3 \sin 3g + l_5 \sin 5g + \\ \quad l_7 \sin 7g + l_9 \sin 9g] \\ y_1 = \frac{r_{01}}{r_{02}} y_2 \end{cases} \quad (25)$$

式中： $g = \arcsin(\frac{x_2 r_{02}}{R^2})$ 。

3.2 直接变换公式的精度分析

等角正圆柱投影和等面积正圆柱投影坐标直接变换公式相比于传统间接变换公式的差别主要体现在横坐标 x_1, x_2 的计算上，因此本节只对式(24)~式(25)第一式进行精度分析。记式(24)第一式、式(25)第一式的计算误差分别为 $\Delta x_2, \Delta x_1$ ，由文献[4]给出的传统间接变换公式的计算误差为 $\Delta x'_2, \Delta x'_1$ ，顾及等量纬度 q 与等角正圆柱投影坐标 x_1 的关系式(21)，等面积纬度函数 F 和等面积正圆柱投影坐标 x_2 的关系式(23)，令 $r_{01} = r_{02} = a$ ，则有：

$$\Delta x_1 = a \Delta q \quad (26)$$

$$\Delta x_2 = \frac{\Delta F}{a} \quad (27)$$

$$\Delta x'_1 = a \Delta q' \quad (28)$$

$$\Delta x'_2 = \frac{\Delta F'}{a} \quad (29)$$

选用 CGCS2000 椭球参数，根据表 1，可得特定纬度处的计算误差，如表 2 所示。

表 2 投影坐标直接变换公式和间接变换公式的误差

纬度 $B_0/(\circ)$	误差			
	$\Delta x_2/\text{m}$	$\Delta x'_2/\text{m}$	$\Delta x_1/\text{m}$	$\Delta x'_1/\text{m}$
10	-7.5×10^{-9}	-1.6×10^{-4}	2.1×10^{-9}	2.3×10^{-4}
30	3.4×10^{-9}	-1.7×10^{-3}	-7.1×10^{-10}	2.3×10^{-3}
60	7.1×10^{-9}	-1.2×10^{-3}	-2.1×10^{-8}	4.9×10^{-3}
89	4.7×10^{-9}	-4.7×10^{-5}	-1.1×10^{-5}	1.5×10^{-2}

由表 2 可以看出，本文建立的等角正圆柱投影坐标直接变换至等面积正圆柱投影坐标公式(24)的计算精度为 10^{-8} m，传统变换公式的计算精度为 10^{-3} m；本文建立的等面积正圆柱投影坐标直接变换至等角正圆柱投影坐标公式(25)的计算精度为 10^{-5} m，传统变换公式的计算精度优于 10^{-2} m。本文建立的直接变换公式较传统变换公式计算精度提高 3~5 个数量级，完全可以满足地图海图制图精密计算的需要。

4 结 论

本文研究了椭球情形下等角和等面积正圆柱投影间的直接变换问题,主要结论如下:

(1) 借助计算机代数系统 Mathematica 推导出了等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式,将其系数统一表示为参考椭球偏心率 e 的幂级数形式,且展开至 e^{10} ,精度分析表明该式计算精度较传统间接变换公式有 4~6 个数量级的提高。

(2) 以导出的等量纬度和等面积纬度函数间变换的直接展开式为基础,建立了等角正圆柱投影和等面积正圆柱投影的直接变换模型,从而简化了投影变换过程,精度分析表明本文建立的直接变换公式较传统变换公式计算精度提高 3~5 个数量级。

(3) 本文导出的直接展开式同样可以解决等角和等面积圆锥投影间的变换以及等角圆锥投影与等面积圆柱投影间的变换问题,为地图海图制图和投影变换提供精密的算法模型。

参考文献:

- [1] 王家耀,成毅.论地图学的属性和地图的价值[J].测绘学报,2015,41(3): 237-241.
- [2] 王家耀,何宗宜,蒲英霞,等.地图学[M].北京:测绘出版社,2016.
- [3] 周立,张阳,张一,等.无人时代的海洋测绘技术展望[J].海洋技术学报,2019,38(1): 85-91.
- [4] 杨启和.地图投影变换原理与方法[M].北京:解放军出版社,1989.
- [5] 孙群,杨启和.底点纬度解算以及等量纬度和面积函数反解问题的探讨[J].解放军测绘学院学报,1985(2): 64-75.
- [6] Snyder J P. Map projections—a working manual[M]. Washington: U.S. Government Printing Office, 1987.
- [7] Adams O S. Latitude developments connected with geodesy and cartography with tables, including a table for lambert equal-area meridional projection[M]. Washington D C: U. S. Government Printing Office, 1921.
- [8] 杨启和,杨晓梅.测量和地图学中应用的三种纬度函数及其反解变换的线性插值方法[J].测绘学报,1997,26(1): 92-93.
- [9] Craig R. Auxiliary latitude formulae: finding the coefficients numerically and symbolically[C]// Wolfram Technology Conference, Champaign, America, 2006.
- [10] 边少锋,纪兵.等距离纬度等量纬度和等面积纬度展开式[J].测绘学报,2007,36(2): 218-223.
- [11] 李厚朴,边少锋.辅助纬度反解公式的 Hermite 插值法新解[J].武汉大学学报·信息科学版,2008,33(6): 623-626.
- [12] 王瑞,李厚朴.辅助纬度反解公式的 Lagrange 级数法推演[J].海洋测绘,2008,28(3): 18-23.
- [13] Bian S F, Li H P. Mathematical analysis in cartography by means of computer algebra system[C]// Carlos Bateira. Cartography—A Tool for Spatial Analysis, Croatia, 2012.
- [14] 李忠美,李厚朴,边少锋.常用纬度差异极值符号表达式[J].测绘学报,2014,43(2): 214-220.
- [15] 华棠,丁佳波,边少锋,等.地图海图投影学[M].西安:西安地图出版社,2018.
- [16] 李厚朴,边少锋.等面积纬度函数和等量纬度变换的直接解算公式[J].武汉大学学报·信息科学版,2011,36(7): 843-846.
- [17] 边少锋,李厚朴.大地测量计算机代数分析[M].北京:科学出版社,2018.
- [18] 李厚朴,边少锋,钟斌.地理坐标系计算机代数精密分析理论[M].北京:国防工业出版社,2015.

The Direct Transformations Between Conformal and Equal-Area Normal Cylindrical Projections Based on Earth Ellipsoid

LI Hou-pu¹, LI Hai-bo², TANG Qing-hui³

1. *Department of Navigation, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, Hubei Province, China;*

2. *Troop 91710 of the People's Liberation Army, Helong 133506, Jilin Province, China;*

3. *Troop 32022 of the People's Liberation Army, Wuhan 430070, Hubei Province, China*

Abstract: In order to realize the direct transformations between conformal and equal-area normal cylindrical projections, the direct expansions of transformations between isometric latitude and authalic latitude function are derived with the help of computer algebra system Mathematica which has the function of powerful symbolical operation. Their coefficients are expressed in a power series of the ellipsoid's first eccentricity and expanded to tenth order of e . Based on these formulae, the direct transformation models between conformal and equal-area normal cylindrical projections are established, which could solve problems that deal with transformations when different reference ellipsoids are used. The accuracy comparison results show that the accuracy of the direct transformation models increases up to 3 to 5 orders of magnitude compared to that of traditional indirect models, which could completely satisfy the requirement of the precise computation in cartography.

Key words: conformal cylindrical projection; equal-area cylindrical projection; isometric latitude; authalic latitude function; direct transformation